

13. а) Решите уравнение $8^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 2^{5-x} = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 20]$

Ответ: а) $2; \frac{1}{2}$ б) $\frac{1}{2}$

14. Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.

А) Докажите, что грань $ABCD$ - квадрат

Б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6, AB = 4$

Ответ: $\arctg \frac{5}{3}$

15. Решите неравенство:

$$\log_2^2(25 - x^2) - 7 \log_2(25 - x^2) + 12 \geq 0$$

Ответ: $(-5; -\sqrt{17}] \cup [-3; 3] \cup [\sqrt{17}; 5)$

16. В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 - середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH - высота, $\angle BAC = 60^\circ, \angle BCA = 45^\circ$

а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности

б) Найдите A_1H , если $BC = 2\sqrt{3}$

Ответ: 1.

17. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года $t (t = 1; 2; \dots)$. В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счет в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться в $1 + r$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счете была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях r это возможно?

Ответ: $\frac{43}{441} < r < \frac{41}{400}$

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} ax \geq 2 \\ \sqrt{x-1} > a \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3; 4]$

Ответ: $\frac{1}{2} \leq a < \sqrt{3}$

19. На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100

а) Может ли на доске быть 5 чисел?

б) Может ли на доске быть 6 чисел?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

Ответ: а) да; б) нет; в) 35